I　問一　$x = a(\pi + \alpha - \sin(\pi + \alpha)) = a(\pi + \alpha + \sin\alpha)$

問二　$\frac{m}{2}(\dot{x}^2 + \dot{y}^2) = \frac{ma^2}{2}\dot{\phi}\left\{(1 - \cos\phi)^2 + \sin^2\phi\right\} = ma^2\dot{\phi}^2(1 - \cos\phi)$

問三　運動エネルギーと位置エネルギーの和が一定

$$ma^2\dot{\phi}^2(1 - \cos\phi) - mga(1 - \cos\phi) = -mga(1 - \cos(\pi - \alpha)) = -mga(1 + \cos\alpha)$$

問四　位置エネルギーが最小　$x - \phi a, \phi = \pi$

問三より $\dot{\phi}^2 = -\frac{g}{a}\frac{\cos\phi + \cos\alpha}{1 - \cos\phi}\Big|_{\phi=\pi} = \frac{g}{2a}(1 - \cos\alpha) = \frac{g}{a}\sin^2\frac{\alpha}{2}$

問五 $T = \oint dt = \oint \frac{d\phi}{\dot{\phi}} = \sqrt{\frac{a}{g}}\oint d\phi\sqrt{\frac{1 - \cos\phi}{-\cos\phi - \cos\alpha}}$

$$\xi \equiv \frac{\cos\frac{\phi}{2}}{\sin\frac{\alpha}{2}} \quad d\xi = -\frac{1}{2}\frac{\sin\frac{\phi}{2}}{\sin\frac{\alpha}{2}}d\phi = -\frac{1}{2\sqrt{2}}\frac{1}{\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)}\sqrt{1 - \cos\phi}\,d\phi$$

$$-\cos\phi - \cos\alpha = -2\cos^2\left(\frac{\phi}{2}\right) + 2\sin^2\left(\frac{\alpha}{2}\right) = 2\sin^2\frac{\alpha}{2}(1 - \xi^2)$$

$$\frac{1}{\sqrt{-\cos\phi - \cos\alpha}} = \frac{1}{\sqrt{2}\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)}\frac{1}{\sqrt{1 - \xi^2}}$$

$$d\phi\sqrt{\frac{1 - \cos\phi}{-\cos\phi - \cos\alpha}} = -\frac{2d\xi}{\sqrt{1 - \xi^2}}$$

$$T = 2\sqrt{\frac{a}{g}}\oint d\xi\frac{1}{\sqrt{1 - \xi^2}}$$

$$= 4\sqrt{\frac{a}{g}}\int_{-1}^{1} d\xi\frac{1}{\sqrt{1 - \xi^2}} = 4\pi\sqrt{\frac{a}{g}}$$ αに依存していない

Ⅱ 問一　遠心力＝向心力

$$\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0}\frac{1}{a^2}=m\frac{v^2}{a}, v=\sqrt{\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0}\frac{1}{ma}}$$

問二　$\mathrm{E}=\frac{\mathrm{mv}^2}{2}-\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0}\frac{1}{a}=-\frac{1}{2}\left(\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0}\right)\frac{1}{a}$

問三　ボーアの量子条件

$$mva=ma\sqrt{\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0}\frac{1}{ma}}=\sqrt{\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0}ma}=\frac{h}{2\pi}n$$

$a=\frac{1}{m}\left(\frac{nh}{2\pi}\right)^2\left(\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0}\right)^{-1}$ 特定の値に限定される

問四　$\mathrm{E}=-\frac{1}{2}\left(\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0}\right)\frac{1}{a}$

$$=-\frac{1}{2}\left(\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0}\right)\cdot\mathrm{m}\left(\frac{nh}{2\pi}\right)^{-2}\left(\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0}\right)$$

$=-\frac{\mathrm{m}}{2}\left(\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0}\right)^2\left(\frac{2\pi}{h}\right)^2\frac{1}{n^2}$ 特定の値に限定される

問五　$\mathrm{T}^2=\left(\frac{2\pi a}{v}\right)^2=(2\pi a)^2\left(\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0}\right)^{-1}ma$

$$\frac{T^2}{a^3}=(2\pi)^2\left(\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0}\right)^{-1}m$$

問六　$\frac{\mathrm{v}}{\mathrm{c}}=\frac{1}{c}\sqrt{\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0}\frac{1}{ma}}=\frac{1}{c}\sqrt{\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0}}\frac{2\pi}{nh}\left(\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0}\right)^{\frac{1}{2}}=\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 c\hbar}\frac{1}{\mathrm{n}}=\frac{Z}{137.04}\frac{1}{\mathrm{n}}$

$$\frac{3}{137.04}=0.02189$$

問七　$\frac{1}{\lambda}=\frac{h\nu}{hc}=\frac{1}{hc}\frac{m}{2}\left(\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0}\right)^2\left(\frac{2\pi}{h}\right)^2\left(\frac{1}{n'^2}-\frac{1}{n^2}\right)$

$$=\frac{2\pi^2m}{h^3c}\left(\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0}\right)^2\left(\frac{1}{n'^2}-\frac{1}{n^2}\right), R'=\frac{2\pi^2m}{h^3c}\left(\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0}\right)^2$$

問八　$\left(\frac{1}{16}-\frac{1}{a}\right)^{-1}\frac{1}{b}=c\,nm^{-1}$

$$(\mathrm{a,b,c})=(36,656.01,0.043901769),(49,541.16,0.043901204),(64,485.93,0.04390207),$$
$$(81,456.16,0.043709359),(100,433.87,0.043901673)$$

$$R'=4R, Z=2$$

Ⅲ

(1)

$$\mathrm{div\,E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

(2)

$$\mathrm{rot\,E} = -\frac{\partial \mathrm{B}}{\partial \mathrm{t}}$$

(3)

$$\mathrm{div\,B} = 0$$

(4)

$$\mathrm{rot\,B} = \mu_0 \mathrm{i} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \mathrm{E}}{\partial \mathrm{t}}$$

(5). a

(6). c

(7). d

(8). b

(9). $\mu_0 \varepsilon_0$

(10). $\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}$

(11). x

(12). b

(13).

$$\frac{\omega}{\mathrm{K}}$$

(14). 0

(15).

$$-\frac{\mathrm{E_0}}{\mathrm{c}}\sin(kx+\omega t) = -\frac{\mathrm{E_0 K}}{\omega}\sin(kx+\omega t)$$

(16). 0

(17). コイルを貫く磁束はコイルの傾きを考慮して、x=0 では

$$\emptyset = -\mathrm{a}^2 \cos\theta \,(\frac{\mathrm{E_0}}{\mathrm{c}}) \sin(\omega t)$$

(18). 起電力は時間微分して

$$\mathrm{V} = -\mathrm{a}^2 \cos\theta \,(\frac{\mathrm{E_0}}{\mathrm{c}}) \omega \cos(\omega t)$$

(19). 電流 I は

$$I = -\frac{a^2}{R}\cos\theta\,(\frac{E_0}{c})\omega\cos(\omega t)$$

辺 AB のローレンツ力 F は z 軸方向に、

$$F = \frac{a^3}{R}\cos\theta\,(\frac{E_0}{c})^2\omega\cos(\omega t)\sin(\omega t)$$

で与えられる。これから、トルクの x 成分である式(19)は辺 CD のローレンツ力を含めて、以下で与えられる。

$$\frac{a^4}{R}\cos\theta\sin\theta\,(\frac{E_0}{c})^2\omega\cos(\omega t)\sin(\omega t)$$

(20). それ以外の成分は 0 であるので、y 成分は 0

(21). それ以外の成分は 0 であるので、z 成分は 0

(22). 平均ジュール熱とあるのでI^2Rを時間平均とする。振動項は時間積分すると $\frac{1}{2}$ である。

$$\frac{a^4}{2R}\cos^2\theta\,(\frac{E_0}{c})^2\omega^2$$